

Рассмотрена на заседании педагогического совета протокол № 11 от 22.06.2021г.	Принята с учетом мнения управляющего совета протокол № 9 от 22.06.2021г.	Утверждена приказом директора школы от 22.06.2021г. № 119
---	--	---

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Средняя школа № 10 с углубленным изучением отдельных предметов»

**Дополнительная общеобразовательная (общеразвивающая)
программа «Практикум по математике»**

Направленность: естественно-научная
Возраст детей 13-15 лет.
Срок реализации программы – 1 год.

Автор программы:
Заикина Диана Игоревна,
учитель математики

г. Елец
2021 год

1. Пояснительная записка

Требование современного общества к образованию – предоставление возможности школьнику выстраивать индивидуальные образовательные маршруты, удовлетворяющие интересы и потребности каждой личности. Общеобразовательные программы не всегда способны удовлетворить эти запросы и потребности. Основная задача обучения математике в школе заключается в обеспечении прочного и сознательного овладения учащимися системой математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни и трудовой деятельности каждому члену современного общества, достаточных для изучения смежных дисциплин и продолжения образования.

Наряду с решением основной задачи дополнительное изучение математики предусматривает формирование у учащихся устойчивого интереса к предмету, выявление и развитие их математических способностей.

1.1. Направленность программы

Направленность программы –естественно-научная

1.2. Новизна и актуальность программы.

Основная задача обучения математике в школе заключается в обеспечении прочного и сознательного овладения учащимися системой математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни и трудовой деятельности каждому члену современного общества, достаточных для изучения смежных дисциплин и продолжения образования.

Наряду с решением основной задачи дополнительное изучение математики предусматривает формирование у учащихся устойчивого интереса к предмету, выявление и развитие их математических способностей.

Предлагаемая программа направлена на формирование у учащихся интереса к математике, удовлетворение потребностей школьников, желающих изучать математику на продвинутом уровне.

1.3. Отличительные особенности программы.

Математика является одним из основных, системообразующих предметов школьного образования. Основная задача обучения математике в школе - обеспечить прочное и сознательное овладение учащимися системой математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни и трудовой деятельности каждому члену современного общества. Федеральный государственный стандарт основного общего образования предъявляет новые требования к результатам освоения обучающимися основной общеобразовательной программы.

1.4. Адресат программы.

Курс «Практикум по математике» рассчитан на учащихся, желающих повысить свой уровень знаний по математике, выработать умения решать задачи повышенного уровня сложности. Значимость этого курса заключается в перспективном обеспечении сформированности устойчивого познавательного интереса к предмету и компетентности в сфере познавательной деятельности. Программа разработана для учащихся 8 класса, 13-15 лет.

1.5. Объем и срок освоения программы.

Программа указанного курса ориентирована на 74 часа в год. Срок освоения программы 1 год.

1.6. Методы и формы обучения

Для реализации программы используем очную форму, методы и методические приемы обучения, которые:

- стимулируют учащихся к постоянному пополнению знаний (беседы, викторины, компьютерные технологии);
- способствуют развитию творческого мышления, умению предвидеть (проблемные, поисковые, исследовательские);
- методы, обеспечивающие формирование интеллектуальных умений (анализ, синтез, сравнение, установление причинно-следственных связей);
- традиционные методы – лекция, беседа.

1.7. Режим занятий, периодичность и продолжительность занятий.

Состав группы постоянный. Набор обучающихся – свободный.

Общее число часов: 74 часа. Периодичность: 2 часа в неделю.

2. Цель и задачи программы.

Цели:

Создание условий для интеллектуального развития учащихся и формирования ценностно-смысловых компетенций школьников, с ориентацией на построение индивидуального образовательного маршрута.

Задачи:

- развитие психических познавательных процессов: мышления, восприятия, памяти, воображения у обучающейся на основе развивающего предметно-ориентированного тренинга;
- формирование учебно-интеллектуальных умений, приемов мыслительной деятельности, освоение рациональных способов её осуществления на основе учета индивидуальных особенностей обучающейся; оформление собственного стиля мышления;
- формирование учебно-информационных умений и освоение на практике различных приемов работы с разнообразными источниками информации;
- освоение приемов и методов решения творческих задач для подготовки к участию в олимпиадах и конкурсах.

Личностные – формирование общественной активности личности, гражданской позиции, культуры общения и поведения в социуме, навыков здорового образа жизни и т.д.

Метапредметные – развитие мотивации к математической деятельности, потребности в саморазвитии, самостоятельности, ответственности, активности и аккуратности.

Образовательные– развитие познавательного интереса к математическим наукам, включение в познавательную деятельность, приобретение математических знаний, умений, навыков, компетенций.

Программа имеет практико-ориентированный характер, так как 80% времени отведено на освоение приемов и способов деятельности, и состоит из четырех блоков. В процессе освоения содержания программы ее результативность предполагается проверять с помощью диагностик: психологических и педагогических тестов, наблюдения, анкетирования.

3. Содержание программы

3.1. Учебный план

Название модуля, раздела	Кол-во часов			Форма промежуточной аттестации
	Всего	теория	практика	
Вводное занятие	1	1	-	
I.Олимпиадные задачи	10	2	8	
Олимпиадные задачи, их особенности.	1	-	1	
Математические софизмы, фокусы и головоломки на плоскости. Тренинг внимания.	1	1	-	Тест
Простейшие преобразования графиков. Диагностика творческих способностей.	1	-	1	Проверочная работа
Элементы теории множеств и математической логики.	1	-	1	Проверочная работа
Системы уравнений и методы их решения.	1	-	1	Проверочная работа
Тренинг зрительной памяти.	1	-	1	Опрос
Головоломки в картинках. Задания Ломоносовского турнира.	1	-	1	Проверочная работа
Задания клуба «Кенгуру»	1	-	1	Зачет
Абсолютная величина.	1	1	-	Тест
Логические задачи. Поиск закономерностей.	1	-	1	Проверочная работа
II.Алгебраические задачи	34	11	23	
Творчество. Методы решения творческих задач.	1	1	-	Проверочная работа
Задачи на равномерное движение. Приемы развития воображения.	2	1	1	Проверочная работа
Задачи на расход материалов и денежных средств.	4	1	3	Тест
Решение задач с помощью уравнений	3	1	2	Проверочная работа
Решение задач на проценты	4	1	3	Проверочная работа
Старинные задачи. Тренинг	2	-	2	Опрос

воображения.				
Решения задач по теории вероятностей.	4	1	3	Проверочная работа
Решение задач с помощью системы уравнений.	6	1	5	Проверочная работа
Оценка явлений и событий с разных точек зрения. Диагностика пространственного воображения.	2	1	1	Зачет
Классические задачи	4	1	3	Проверочная работа
Из жизни великих людей. Секреты и методы творчества.	2	2	-	Зачет
III. Практическая геометрия	23	6	17	
Простейшие геометрические задачи. Диагностика уровня интеллектуального развития.	2	1	2	Проверочная работа
Геометрия в лесу. Геометрия у реки. Решение задач.	2	1	1	Зачет
Геометрия в открытом поле. Площадь участка.	2	1	1	Зачет
Геометрия в дороге. Решение задач.	3	1	2	Зачет
Походная тригонометрия без формул и таблиц.	2	1	1	Проверочная работа
Методы решения изобретательских задач. Практикум изобретателя.	2	-	2	Проверочная работа
Большое и малое в геометрии. Геометрическая экономия.	2	-	2	Проверочная работа
Геометрические построения.	4	-	4	Зачет
Способы планирования и проведения наблюдений и исследований в геометрии.	4	1	3	Проверочная работа
IV. Живая геометрия	6	1	5	
Роль информации в жизни человека. Представление информации в различных видах. Компьютерный практикум.	1	-	1	Тест
Освоение инструментов программы «Живая геометрия». Построение рисунков по заданным координатам. Орнаменты и рисунки.	2	-	2	Проверочная работа
Выполнение собственной творческой работы	2	-	2	Зачет
Итоговая диагностическая работа.	1	1	-	Защита проекта
ИТОГО	74	22	52	

3.2. Содержание (учебно-тематическое планирование)

1. Развитие интеллектуальных умений. Олимпиадные задачи

Цель - развивать логическое мышление, учить решать нестандартные задачи, готовить учащихся к участию в различных этапах всероссийской олимпиады школьников по математике, к участию в Ломоносовском турнире, в «Кенгуру 2020» .

Теория: Олимпиадные задачи, их особенности. Методы решения творческих задач. Математические софизмы, фокусы и головоломки на плоскости. Элементы теории множеств и математической логики. Логические задачи. Поиск закономерностей. Головоломки в картинках. Абсолютная величина.

Практическая часть: Тренинг внимания, зрительной памяти, диагностика творческих способностей, решение нестандартных, олимпиадных задач; мозговой штурм, эвристические беседы.

2. Учимся мыслить творчески. Алгебраические задачи

Цель: научить решать задачи практического характера по алгебре, анализировать решенную задачу, формулировать выводы по ней, подготовка к ОГЭ по математике.

Теория: Творчество. Методы решения творческих задач. Приемы развития воображения. Задачи на равномерное движение, на расход материалов и денежных средств. Решение задач с помощью уравнений и системы уравнений. Решение задач на проценты. Решения задач по теории вероятностей. Оценка явлений и событий с разных точек зрения. Из жизни великих людей. Секреты и методы творчества. **Практическая часть:** диагностика пространственного воображения, решение задач прикладной направленности с помощью уравнений и систем уравнений. Задачи «Проценты в нашей жизни». Решение задач из сборников для подготовки к ОГЭ по математике.

3. Методы решения творческих задач. Практическая геометрия

Цель: научить решать задачи практического характера по геометрии, анализировать решенную задачу, формулировать выводы по ней, подготовка к ОГЭ.

Теория: Методы решения изобретательских задач, способы планирования и проведения наблюдений и исследований. Решение задач с использованием свойств треугольника, «Геометрия в лесу», «Геометрия у реки», «Геометрия в открытом поле». Решение задач по нахождению площади, объёма. Геометрические построения. Решение старинных задач.

Практическая часть: диагностика уровня интеллектуального развития, решения задач прикладной направленности по геометрии, используя различные способы. Решение изобретательских задач.

4. Учимся работать с информацией. Живая геометрия

Цель: научить работать на компьютере с программой «Живая геометрия», создавать интерактивные чертежи, а также выполнять различные измерения. Научить различным способам представления информации.

Теория: Роль информации в жизни человека. Представление информации в различных видах. Ознакомление с окном программы. Освоение инструментов программы Построение отрезка, середины отрезка, лучей, прямых, пересечений. Построение и измерение углов. Построение биссектрисы угла. Построение многоугольников и окружностей. Построение рисунков по заданным координатам. Итоговая диагностика интеллектуального развития учащегося.

Практическая часть: решение задач с элементами построения. Выполнение орнаментов и рисунков. Операции с файлами и каталогами. Выполнение собственной работы по представлению информации.

3.3. Планируемые результаты

1. Требования к знаниям и умениям: знать/понимать:

- нестандартные методы решения различных математических и творческих задач: разрешение противоречий, метод от противного,
- контрольные вопросы;
- логические приемы, применяемые при решении текстовых задач;
- способы планирования и проведения наблюдений и исследований;
- способы чтения, структурирования, обработки и представления учебной информации.

Уметь:

- решать олимпиадные задачи;
- решать задачи с элементами теории множеств и математической логики;
- решать задачи прикладной направленности и проводить оценку явлений и событий с разных точек зрения; о работать с различными источниками информации, представлять информацию в различных видах;
- проводить наблюдения, измерения, планировать и проводить опыт, эксперимент, исследование, анализировать и обобщать результаты.

В результате изучения курса учащиеся получают возможность:

- улучшить результативность участия в творческих конкурсах и математических олимпиадах;
- успешно усваивать новые знания, умения и компетентности, включая самостоятельную организацию процесса усвоения; подготовится к сдаче ОГЭ по математике.

4. Организационно-педагогические условия реализации программы

4.1. Календарно-учебный график

Начало занятий – 01.09.2021, окончание занятий – 28.05.2022г. Расписание занятий строится из расчета 1 раз в неделю, 2 часа.

4.2 Календарно – тематическое планирование

№ п/п	Содержание занятий	Количество часов	Дата
	I. Олимпиадные задачи	10 часов	
1.	Олимпиадные задачи, их особенности.	1	
2.	Математические софизмы, фокусы и головоломки на плоскости. Тренинг внимания.	1	
3.	Простейшие преобразования графиков. Диагностика творческих способностей.	1	

4.	Элементы теории множеств и математической логики.	1	
5.	Системы уравнений и методы их решения.	1	
6.	Тренинг зрительной памяти.	1	
7.	Головоломки в картинках. Задания Ломоносовского турнира.	1	
8.	Задания клуба «Кенгуру»	1	
9.	Абсолютная величина.	1	
10.	Логические задачи. Поиск закономерностей.	1	
	II. Алгебраические задачи	34 часа	
11.	Творчество. Методы решения творческих задач.	1	
12.	Задачи на равномерное движение.	1	
13.	Приемы развития воображения.	1	
14.	Задачи на расход материалов и денежных средств.	1	
15.	Задачи на расход материалов и денежных средств.	1	
16.	Задачи на расход материалов и денежных средств.	1	
17.	Задачи на расход материалов и денежных средств.	1	
18.	Решение задач с помощью уравнений	1	
19.	Решение задач с помощью уравнений	1	
20.	Решение задач с помощью уравнений	1	
21.	Решение задач на проценты	1	
22.	Решение задач на проценты	1	
23.	Решение задач на проценты	1	
24.	Решение задач на проценты	1	
25.	Старинные задачи.	1	
26.	Тренинг воображения.	1	
27.	Решения задач по теории вероятностей.	1	
28.	Решения задач по теории вероятностей.	1	
29.	Решения задач по теории вероятностей.	1	
30.	Решения задач по теории вероятностей.	1	
31.	Решение задач с помощью системы уравнений.	1	
32.	Решение задач с помощью системы уравнений.	1	
33.	Решение задач с помощью системы уравнений.	1	
34.	Решение задач с помощью системы уравнений.	1	
35.	Решение задач с помощью системы уравнений.	1	
36.	Решение задач с помощью системы уравнений.	1	
37.	Оценка явлений и событий с разных точек зрения.	1	
38.	Диагностика пространственного воображения.	1	
39.	Классические задачи	1	
40.	Классические задачи	1	
41.	Классические задачи	1	
42.	Классические задачи	1	
43.	Из жизни великих людей.	1	
44.	Секреты и методы творчества.	1	
45.	III. Практическая геометрия	24 часа	
46.	Простейшие геометрические задачи.	1	

47.	Диагностика уровня интеллектуального развития.	1	
48.	Геометрия в лесу. Решение задач.	1	
49.	Геометрия у реки. Решение задач.	1	
50.	Геометрия у реки. Решение задач.	1	
51.	Геометрия в открытом поле. Площадь участка.	1	
52.	Геометрия в открытом поле. Площадь участка.	1	
53.	Геометрия в дороге. Решение задач.	1	
54.	Геометрия в дороге. Решение задач.	1	
55.	Геометрия в дороге. Решение задач.	1	
56.	Походная тригонометрия без формул и таблиц.	1	
57.	Походная тригонометрия без формул и таблиц.	1	
58.	Методы решения изобретательских задач.	1	
59.	Практикум изобретателя.	1	
60.	Большое и малое в геометрии.	1	
61.	Геометрическая экономия.	1	
62.	Геометрические построения.	1	
63.	Геометрические построения.	1	
64.	Геометрические построения.	1	
65.	Геометрические построения.	1	
66.	Способы планирования и проведения наблюдений и исследований в геометрии.	1	
67.	Способы планирования и проведения наблюдений и исследований в геометрии.	1	
68.	Способы планирования и проведения наблюдений и исследований в геометрии.	1	
69.	Способы планирования и проведения наблюдений и исследований в геометрии.	1	
70.	IV.Живая геометрия	6 часов	
71.	Роль информации в жизни человека. Представление информации в различных видах. Компьютерный практикум.	1	
72.	Освоение инструментов программы «Живая геометрия».	1	
73.	Построение рисунков по заданным координатам. Орнаменты и рисунки.	1	
74.	Выполнение собственной творческой работы	1	
75.	Выполнение собственной творческой работы	1	
76.	Итоговая диагностическая работа.	1	

4.3.Кадровое обеспечение программы

По программе работает учитель с высшим педагогическим образованием, первой квалификационной категорией и систематически повышающий уровень квалификации.

4.4. Материально-техническое оснащение занятий

Занятия проходят в кабинете математики, который полностью оснащен необходимой мебелью, доской, компьютером. Условия для занятий соответствуют

санитарно-гигиеническим нормам. В кабинете есть проектор, что позволяет использовать для занятий видеофильмы, презентации, различные компьютерные программы

4.5. Материально-техническое обеспечение

Сведения о помещении: учебный кабинет МБОУ «СШ № 10 с углубленным изучением отдельных предметов». Столов – 15, стульев – 30. Оборудование: ноутбук, проектор, принтер, сканер, интерактивная доска.

5. Методическое обеспечение программы

Примерное наполнение занятия № 10. За основу взяты задания из сборника Н.А.Криволаповой «Внеурочная деятельность. Сборник заданий для развития познавательных способностей учащихся 5-8 классы». М. «Просвещение». 2013

1. Мотивация. Из жизни великих людей:

- Галилей сделал свое первое важнонаучное наблюдение в возрасте 17 лет.
- В 10 лет Трейси Остин выиграла национальный чемпионат по теннису среди юниоров, а в 14 лет она уже играла в Уимблдоне. В 17 лет она стала первой ракеткой мира среди женщин.
- Георг Фридрих Гендель начал сочинять музыку в 11 лет.
- Знаменитый математик Карл Гаусс в 15 лет уже занимался научной работой.

2. Интеллектуальная разминка.

- Где происходит в жизни то, что в жизни не происходит никогда? (*В сказке во сне, в мечтах, в фантастических произведениях*)
- Три теленка, сколько ног? (*Ответ серьезный- 12 ног, шуточный- сколько ни три теленка, у него останется 4 ноги*)
- Во время дождя под каким кустом заяц сидел? (*Под мокрым*)
- За чем во рту язык? (*За зубами*)
- Каких камней в море нет? (*Сухих*)
- На каких полях трава не растет? (*На полях шляп*)
- Почему во все колокола не звонят? (*В овсе нет колоколов*)
- Что за пяточек, на который ничего не купишь? (*Это пяточок свиньи*)

3. Из истории о творчестве

Творческие личности придумывают иногда свои идеи самыми необычными способами. Многих из них считают эксцентричными и даже чудаками.

В молодости Бетховен часто обливал себе голову холодной водой, потому что считал, что это стимулирует его мозг.

Когда известный писатель Чарльз Диккенс садился за письменный стол, то он всегда поворачивался лицом на север, так как думал, что магнитное поле Северного полюса помогает в творчестве.

Редьярд Киплинг писал свои произведения только черными чернилами.

Поэтесса Элизабет Бишоп ела перед сном сыр рокфор, так как думала, что от этого ей приснятся сны, которые ее вдохновят на новые стихи.

Творческое мышление приводит к творческим результатам. Творчество-мыслительный процесс и, как всякий другой процесс для достижения хороших результатов требует практики.

4. Задачи на смекалку

1) На сколько кусков можно разрезать блинчик тремя разрезами, если блинчик не складывать? (На 7 кусков)

2) Постоялец гостиницы обвинил слугу в краже всех своих денег. Слуга сказал: «Если к украденной мной сумме прибавить еще 10 рублей, то получится мое месячное жалование, а если прибавить 20 рублей, то получится вдвое больше моего жалования». Сколько денег украл слуга? (Слуга не крал денег. Составить уравнение $(x+10)*2=x+20$, т.е. $x=0$)

3) Двое пошли к реке. Упустынного берега стояла маленькая лодочка, в которой мог поместиться только один человек. Однако оба они переправились на этой лодочке и продолжили свой путь по другому берегу. Как это могло произойти? (Эти двое были на разных берегах)

4) Мама предложила всем членам семьи (мама, папа, дочь) мыть посуду по очереди. Дочь отказалась, сославшись на свою занятость - уроки, олимпиады, кружки... Тогда папа сказал: «Ну ладно, я буду мыть по нечетным дням, мама по четным, а ты в те дни, которые делятся на три». Дочка с радостью согласилась. Разберитесь, что получилось? (Всем досталось мыть посуду поровну, т.к. каждое третье число делится на 3)

5. Творческие задачи

1) На покраску большого деревянного куба размером $2015 \times 2015 \times 2015$ ушел 1 кг краски. Покрашенный куб распилили на кубики размером $1 \times 1 \times 1$. Сколько еще килограммов краски необходимо для покраски неокрашенных граней маленьких кубиков?

2) Прямоугольный кусок волшебной ткани исполняет любые желания своего владельца, но после каждого исполнения желания он уменьшается на половину своей длины и на одну треть ширины. После исполнения 5 желаний он имел площадь 12 см^2 , а после двух желаний его ширина была 9 см. Какой была его длина после исполнения первого желания?

6. Способы развития своих творческих способностей

- Проводите больше времени с творческими людьми.
- Записывайте свои идеи, чтобы не забывать их.
- Смейтесь! Развивайте чувство юмора.
- Считайте, что нет ничего невозможного. Фантазируйте.
- Запишите все свои хорошие качества, какие только можете придумать. Например: «Я хорошо уживаюсь с людьми».
- Задавайте себе вопросы «А что, если...?».
- Придумывайте сравнения и метафоры. Пользуйтесь ими как трамплинами. Помните! Мозг похож на банк, нельзя оттуда взять больше, чем положили.
- Конструируйте новые способы для решения наиболее сложных проблем.
- Играйте в «Предположим, что...».
- Не оставляйте без внимания так называемые мелкие идеи. Из них могут вырасти большие идеи.
- Ищите разные способы выражения своих творческих способностей.
- Если вы правша, попробуйте делать все левой рукой, если левша - временно поменяйте на правую руку.
- Играйте в стратегические игры - шахматы, шашки, уголки и т. д.
- Стойте на голове, чтобы кровь прилиwała к мозгу.
- При измерениях старайтесь чаще оценивать на глаз и прикидывать.

- Овладейте навыками быстрого счета. Больше считайте в уме.
- Читая рассказ, остановитесь на середине. Придумайте свой захватывающий конец рассказа.
- Представьте себе, что ваш мозг- запертая дверь, а ключ есть только у вас. Теперь вставьте ключ в замок, поверните его и
- Таблицы по алгебре за курс 8 класса

Для обеспечения плодотворного учебного процесса предполагается использование информации и материалов следующих Интернет – ресурсов:

- www.ege.moipkro.ru
- www.fipi.ru
- www.mioo.ru
- www.1september.ru
- www.math.ru
- **Министерство образования РФ:**
- <http://www.informika.ru/>;
- <http://www.ed.gov.ru/>;
- <http://www.edu.ru/>
- **Тестирование online: 5 - 11 классы:**
- <http://www.kokch.kts.ru/cdo/>
- **Педагогическая мастерская, уроки в Интернет и многое другое:**
- <http://teacher.fio.ru>
- **Новые технологии в образовании:**
- <http://edu.secna.ru/main/>
- **Путеводитель «В мире науки» для школьников:**
- <http://www.uic.ssu.samara.ru/~nauka/>
- **Мегаэнциклопедия Кирилла и Мефодия:**
- <http://mega.km.ru>
- **сайты энциклопедий**
- <http://www.rubricon.ru/>;
- <http://www.encyclopedia.ru/>

6. Оценочные материалы

Итоговая диагностическая работа по курсу «Практикум по математике» (8 класс).

Критерии оценивания:

4 балла – верное решение.

3 балла – решение в целом верное, но содержит некоторые неточности.

2 балла – решение в основных чертах верное, но неполное или содержит ошибки.

1 балл – решение в целом неверное, но содержит более или менее существенные продвижения в верном направлении.

0 баллов – решение неверное или отсутствует.

Задание 1. Разложите на множители $ab(a - b) - ac(a + c) + bc(2a + c - b)$.

Задание 2. На каждую клетку шахматной доски положили по несколько монет так, что суммы на каждых двух клетках, имеющих общую сторону, отличаются на рубль. Известно также, что одной из клеток лежит 3 рубля, а на другой – 17 рублей. Какую сумму образуют монеты, лежащие на обеих диагоналях?

Задание 3. Печорин, Онегин и Чацкий – студенты университета. Каждый из них выбрал для изучения ровно три предмета из четырёх: биология, химия, история, математика. Для любителей логических задач каждый из студентов изрёк по четыре утверждения.

Утверждения Печорина:

- 1) только на один предмет из четырёх пал выбор каждого из нас,
- 2) из нас только я выбрал математику,
- 3) никакие двое из нас не выбрали три одинаковых предмета,
- 4) Чацкий неправ, говоря, что Онегин и я выбрали химию.

Высказывания Онегина:

- 1) только один из нас выбрал историю, это – Печорин,
- 2) Чацкий и я выбрали одни и те же предметы,
- 3) мы все трое выбрали биологию,
- 4) двое из нас выбрали химию и биологию.

Высказывания Чацкого:

- 1) мы все трое выбрали математику,
- 2) Онегин выбрал историю,
- 3) Печорин выбрал тот предмет, который я не выбрал,
- 4) Печорин и Онегин – оба выбрали химию.

Если верны два и только два утверждения из четырёх, сказанных каждым, то какие три предмета были выбраны каждым из этих студентов?

Задание 4. На каждую клетку шахматной доски положили по несколько монет так, что суммы на каждых двух клетках, имеющих общую сторону, отличаются на рубль. Известно также, что одной из клеток лежит 3 рубля, а на другой – 17 рублей. Какую сумму образуют монеты, лежащие на обеих диагоналях?

Задание 5. Существует ли такой выпуклый многоугольник, которого отношение суммы внутренних углов к сумме внешних (взятых по одному при каждой вершине) равно $15 : 4$?

Задание 6. Основания трапеции равны 3 см и 2 см. Диагонали её равны 4 см и 3 см. Найдите площадь трапеции.

Задание 7. Натуральные числа a , b и c таковы, что $ab + bc = ca$. Докажите равенство $\text{НОД}(a, b) + \text{НОД}(b, c) = \text{НОД}(c, a)$. (Здесь НОД – наибольший общий делитель.)

Задание 8. Докажите, что число $1991 \cdot 1993 \cdot 1995 \cdot 1997 + 16$ является квадратом натурального числа.

Задание 9. Целые числа a , b и c таковы, что $ab + bc + ca = 0$. Докажите, что число abc может быть представлено в виде произведения квадрата целого числа на куб целого числа.

Задание 10. Существует ли такое двузначное число, которое при делении на произведение его цифр даёт в частном 4 и в остатке 6?

Ответы:

Задание 1. Разложите на множители $ab(a - b) - ac(a + c) + bc(2a + c - b)$.

Решение. Рассмотрим выражения $a - b$, $a + c$ и $2a + c - b$, увидим, что $2a + c - b = (a - b) + (a + c)$, поэтому последний член $bc(2a + c - b)$ представим в виде суммы двух слагаемых:
 $ab(a - b) - ac(a + c) + bc(a + c) + bc(a - b) = (a - b)(ab + bc) + (a + c)(bc - ac) = b(a - b)(a + c) + c(a + c)(b - a) = (a - b)(a + c)(b - c)$.

Задание 2. На каждую клетку шахматной доски положили по несколько монет так, что суммы на каждых двух клетках, имеющих общую сторону, отличаются на рубль. Известно также, что одной из клеток лежит 3 рубля, а на другой – 17 рублей. Какую сумму образуют монеты, лежащие на обеих диагоналях?

Решение. Заметим, что условия задачи выполнимы лишь в том случае, если указанные суммы в 3 и 17 рублей лежат в противоположных углах шахматной доски. Тогда заполнение доски производится однозначно, а искомая сумма равна 160 рублям.

3	4	5	6	7	8	9	10
4	5	6	7	8	9	10	11
5	6	7	8	9	10	11	12
6	7	8	9	10	11	12	13
7	8	9	10	11	12	13	14
8	9	10	11	12	13	14	15
9	10	11	12	13	14	15	16
10	11	12	13	14	15	16	17

Задание 3. Печорин, Онегин и Чацкий – студенты университета. Каждый из них выбрал для изучения ровно три предмета из четырёх: биология, химия, история, математика. Для любителей логических задач каждый из студентов изрёк по четыре утверждения.

Утверждения Печорина:

- 1) только на один предмет из четырёх пал выбор каждого из нас,
- 2) из нас только я выбрал математику,
- 3) никакие двое из нас не выбрали три одинаковых предмета,
- 4) Чацкий неправ, говоря, что Онегин и я выбрали химию.

Высказывания Онегина:

- 1) только один из нас выбрал историю, это – Печорин,
- 2) Чацкий и я выбрали одни и те же предметы,
- 3) мы все трое выбрали биологию,
- 4) двое из нас выбрали химию и биологию.

Высказывания Чацкого:

- 1) мы все трое выбрали математику,
- 2) Онегин выбрал историю,
- 3) Печорин выбрал тот предмет, который я не выбрал,

4) Печорин и Онегин – оба выбрали химию.

Если верны два и только два утверждения из четырёх, сказанных каждым, то какие три предмета были выбраны каждым из этих студентов?

Решение. Всем условиям удовлетворяет единственно возможный вариант выбора предметов:

Печорин выбрал биологию, химию, историю;

Онегин – биологию, химию, математику;

Чацкий – биологию, математику, историю.

Таблица верных (+) и ложных (-) ответов такова:

Печорин (+ - + -),

Онегин (- - + +),

Чацкий (- - + +).

Задание 4. На каждую клетку шахматной доски положили по несколько монет так, что суммы на каждых двух клетках, имеющих общую сторону, отличаются на рубль. Известно также, что одной из клеток лежит 3 рубля, а на другой – 17 рублей. Какую сумму образуют монеты, лежащие на обеих диагоналях?

Решение. Заметим, что условия задачи выполнимы лишь в том случае, если указанные суммы в 3 и 17 рублей лежат в противоположных углах шахматной доски. Тогда заполнение доски производится однозначно, а искомая сумма равна 160 рублям.

3	4	5	6	7	8	9	10
4	5	6	7	8	9	10	11
5	6	7	8	9	10	11	12
6	7	8	9	10	11	12	13
7	8	9	10	11	12	13	14
8	9	10	11	12	13	14	15
9	10	11	12	13	14	15	16
10	11	12	13	14	15	16	17

Задание 5. Существует ли такой выпуклый многоугольник, которого отношение суммы внутренних углов к сумме внешних (взятых по одному при каждой вершине) равно 15 : 4?

Решение. Сумма внутренних углов многоугольника $180^\circ (n - 2)$, а сумма внешних углов 360° . Значит,

$$\frac{180^\circ \cdot (n-2)}{360^\circ} = \frac{15}{4},$$

откуда $n=9,5$. Число сторон не может быть дробным, значит, такой многоугольник не существует.

Задание 6. Основания трапеции равны 3 см и 2 см. Диагонали её равны 4 см и 3 см. Найдите площадь трапеции.

Решение. Пусть дана трапеция ABCD. Проведём $ED \parallel AC$ до пересечения с продолжением BC в точке E. В треугольнике BED стороны равны 3 см, 4 см и 5 см, значит, угол BDE-прямой, поэтому и угол AOD-прямой, т. е. диагонали трапеции взаимно перпендикулярны. $S_{ABCD} = 0,5AC \cdot BD = 6(\text{см}^2)$.

Задание 7. Натуральные числа a , b и c таковы, что $ab + bc = ca$. Докажите равенство $\text{НОД}(a, b) + \text{НОД}(b, c) = \text{НОД}(c, a)$. (Здесь НОД – наибольший общий делитель.)

Доказательство. Задача легко сводится к случаю, когда числа a, b и c не имеют общего делителя. В этом случае $\text{НОД}(a, b) = \sqrt{\frac{ab}{c}}$, $\text{НОД}(b, c) = \sqrt{\frac{bc}{a}}$ и $\text{НОД}(a, c) = \sqrt{\frac{ca}{b}}$. Равенство $\sqrt{\frac{ab}{c}} + \sqrt{\frac{bc}{a}} = \sqrt{\frac{ca}{b}}$ справедливо, так как после умножения его на \sqrt{abc} получим верное равенство $ab + bc = ca$.

Задание 8. Докажите, что число $1991 \cdot 1993 \cdot 1995 \cdot 1997 + 16$ является квадратом натурального числа.

Доказательство. Имеет место тождество $(n - 3)(n - 1)(n + 1)(n + 3) + 16 = (n^2 - 5)^2$.

Отсюда следует числовое равенство $1991 \cdot 1993 \cdot 1995 \cdot 1997 + 16 = (1994^2 - 5)^2$.

Задание 9. Целые числа a, b, c таковы, что $ab + bc + ca = 0$. Докажите, что число abc может быть представлено в виде произведения квадрата целого числа на куб целого числа.

Доказательство. Покажем, что если числа a, b, c не имеют общего делителя, то число abc является полным квадратом. Пусть p – простое число и c делится на p^n , тогда из равенства $ab = -c(a + b)$ следует, что одно из чисел a и b делится на p^n , а второе не делится на p ; значит, abc делится на p^{2n} . Аналогично рассуждая про делители чисел a и b , получаем, что любое простое число входит в произведение abc в четвёртой степени. Если у чисел a, b, c есть общий делитель, то он войдёт в произведение в кубе.

Задание 10. Существует ли такое двузначное число, которое при делении на произведение его цифр даёт в частном 4 и в остатке 6?

Решение. Предположим, что такое число существует. Обозначив через x и y соответственно число его десятков и число единиц, получим для определения неизвестных уравнение

$$10x + y = 4xy + 6 \quad (1)$$

и неравенство

$$xy > 6, \quad (2)$$

поскольку остаток меньше делителя.

Так как уравнение (1) равносильно уравнению

$$(4x - 1)(5 - 2y) = 7 \cdot 1 \quad (3)$$

и x – натуральное число, то $4x - 1 > 1$. Следовательно, из (3) с учётом того, что y – число целое, имеем: $4x - 1 = 7$ и $5 - 2y = 1$, т. е. $x = 2$, $y = 2$, но эта пара чисел не удовлетворяет неравенству (2).

Итак, не существует двузначное число, которое при делении на произведение его цифр даёт в частном 4 и в остатке 6.

7. Список литературы

1. Н.А. Криволапова «Внеурочная деятельность. Программа развития познавательных способностей учащихся». М. «Просвещение». 2018

2. Н.А. Криволапова «Внеурочная деятельность. Сборник заданий для развития познавательных способностей учащихся 5-8 классы». М. «Просвещение». 2017
3. А.Р.Рязановский, Д.Г. Мухин «Математика. ОГЭ. Теория вероятностей и элементы статистики». М. «Экзамен» 2017
4. Я.И. Перельман «Занимательная арифметика». М. Изд. «Астрель» 2017
5. Я.И. Перельман «Занимательная геометрия». М. Изд. «Астрель» 2012
6. Я.И. Перельман «Живая математика». М. Изд. «Наука», 1974г

